UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

ELECTROMAGNETISMO II

Ph.D. Pedro De la Cruz Rodríguez
Trujillo – PERÚ
2020

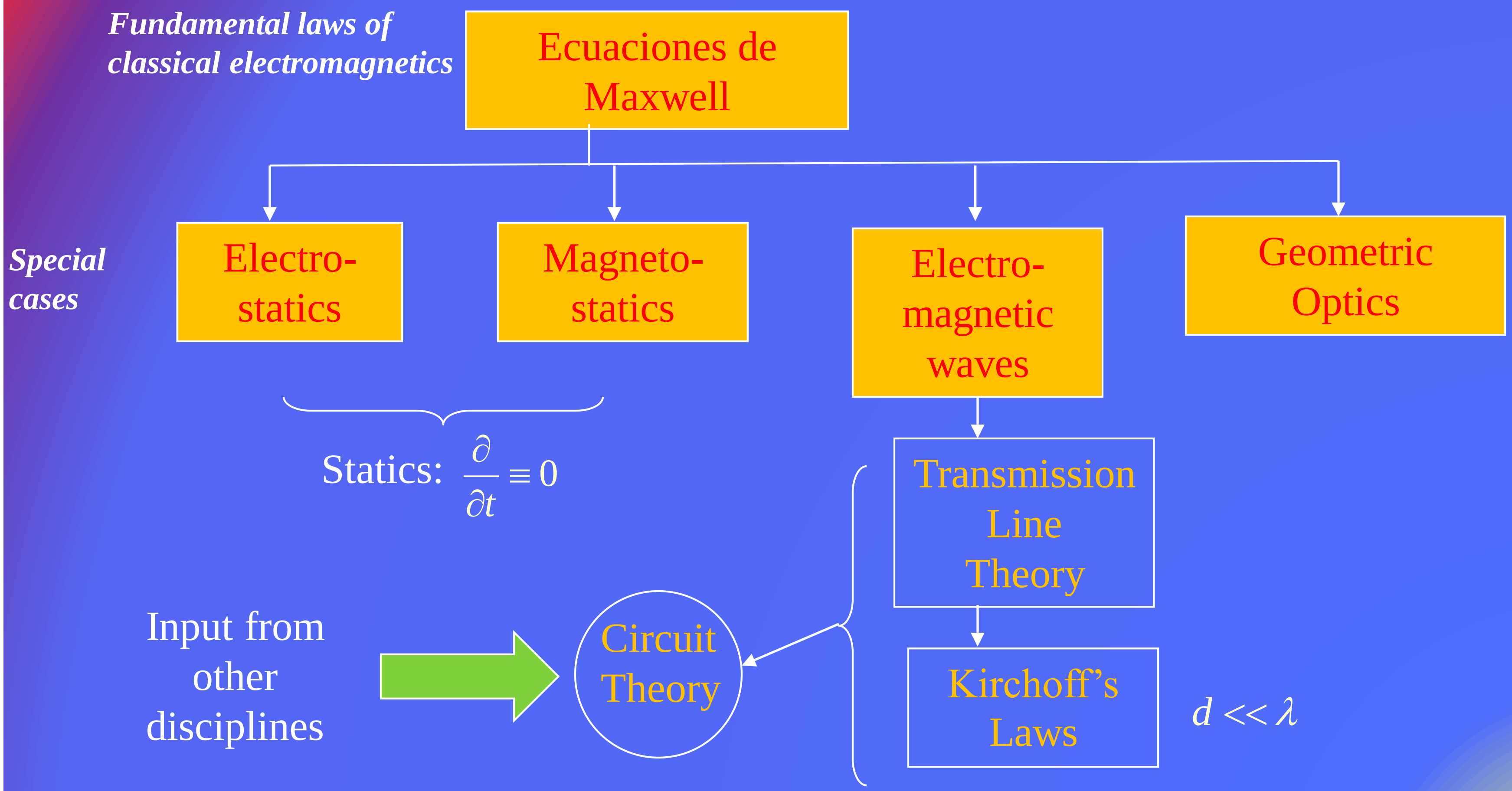
UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

ELECTROMAGNETISMO II

ECUACIONES DE MAXWELL

Ph.D. Pedro De la Cruz Rodríguez
Trujillo – PERÚ
2020

Introduccion: Visión Panorámica



CAMPOS EM DEPEND. DEL t: Apr. cuasistática

Electrodinámica (Vacío) antes de Maxwell:

(i) $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$	Ley de Gauss para **E**
(ii) $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	Ley de Gauss para **B**
(iii) $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	Ley de Faraday
(iv) $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$	Ley de Ampere

- **CUASISTÁTICAS: no contienen toda la variac. temporal (de E).**
- **Variaciones temporales de E y B originan ONDAS que llevan energía fuera de los conductores, haciendo que el análisis de circuitos se vuelva muy complicado.**

ECUACIONES de MAXWELL: INCONSISTENCIAS

$$(i)\quad \nabla\cdot\mathbf{E}=\frac{1}{\epsilon_0}\rho \quad \text{(Gauss's law)},$$

$$(ii)\quad \nabla\cdot\mathbf{B}=0 \quad \text{(no name)},$$

$$(iii)\quad \nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{(Faraday's law)},$$

$$(iv)\quad \nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{J} \quad \text{(Ampère's law)}.$$

Se conocía que: $\nabla\bullet(\nabla\times\vec{F})=0$

Para E, aplicando div a ec. (iii):

$$\nabla\bullet(\nabla\times\vec{E})=\nabla\bullet\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\bullet\vec{B}\right)=0$$

→ OK

Para B, aplicando div a la ec. (iv):

$$\nabla\bullet(\nabla\times\vec{B})=\nabla\bullet\left(\mu_0\vec{J}\right)=\mu_0\left(\nabla\bullet\vec{J}\right)=-\mu_0\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)\neq 0$$

→ NO OK,

Pues

$$\nabla\cdot\vec{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}=\begin{cases}0 & si\quad \rho=const.\\ \neq 0 & si\quad \rho=\rho(t)\end{cases}$$

Ec. MAXWELL: GENERALIZACIÓN DE LEY DE AMPERE

Debe ser cero el lado derecho de $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0(\nabla \cdot \mathbf{J});$

Entonces usando ley Gauss (para E) en ec. de continuidad:

$$\nabla.(\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0 \mathbf{0} = \mu_0(\nabla.\mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t})$$

(a), com (i) $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$ → $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial(\varepsilon_0 \nabla.\mathbf{E})}{\partial t} = \varepsilon_0 \nabla.\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ (b)

R. (b) en (a): $$\nabla.(\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0(\nabla.\mathbf{J} + \varepsilon_0 \nabla.\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}) = \mu_0(\nabla.\mathbf{J} + \varepsilon_0 \nabla.\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}) = \nabla.(\mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t})$$

→ $$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \left(\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \mathbf{J}_d$$

$$\mathbf{J}_d = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \qquad \mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

Corriente de Desplazamiento

CONCLUSIÓN: ***"UN CAMPO ELÉCTRICO VARIABLE INDUCE UN CAMPO MAGNÉTICO"***

Cuando E es independiente del t (Electrostática): $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$

Ec. DE MAXWELL dep- de t (Vacío)

	Ecuación	
(i)	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$	Ley de Gauss para **E**
(ii)	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	Ley de Gauss para **B**
(iii)	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	Ley de Faraday
(iv)	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$	Ley de Ampere-Maxwell

Junto con : $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}),$ representan todo el marco teórico de la Electrodinámica Clásica.

. Ec. de contin. $\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = \begin{cases} 0 & si \quad \rho = const. \\ \neq 0 & si \quad \rho = \rho(t) \end{cases}$ (Contenida en Ecs. de Maxwell)

TAREA 1

Obtener las Ecuaciones de Maxwell en forma integral

ECUACIONES DE MAXWELL

	Forma diferencial	Forma integral	
(i)	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$	$\oint_s \bar{E} \cdot d\bar{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$	Ley de Gauss para **E**
(ii)	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oint_s \bar{B} \cdot d\bar{S} = 0$	Ley de Gauss para **B**
(iii)	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint_c \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_s \bar{B} \cdot d\bar{s}$	Ley de Faraday
(iv)	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$	$\oint_c \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_o\left(I + \varepsilon_o \int_s \frac{\partial E}{\partial t} \cdot d\bar{S}\right)$	Ley de Ampère-Maxwell

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}),$$

TAREA 2

Analizar y Discutir el significado físico de las Ecuaciones de Maxwell.

ECUACIONES DE MAXWELL

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \left(\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \mathbf{J}_d$$

$$\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

Importancia del término de Maxwell: Predice la existencia de ondas electromagnéticas:

Faraday: **B** variable en el t crea un **E**

Maxwell: **E** variable en el t crea un **B**,

$\therefore$ el ciclo generador queda cerrado. Así, los campos pueden subsistir sin la necesidad de ρ ni **J**, y ⇒ pueden propagarse (como ondas em. predicho por Maxwell (teóricamente) y por Hertz (experimentalmente)

Si se quiere dar énfasis a las fuentes:

Campo producido	Fuente
E	ρ, $(\partial \mathbf{B}/\partial t)$.
B	J, $(\partial \mathbf{E}/\partial t)$.

Considerando las fuentes en 2do m. se tiene:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{(i)} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho, & \text{(iii)} \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \\ \text{(ii)} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, & \text{(iv)} \quad \nabla \times \mathbf{B} - \mu_0\epsilon_0\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J}, \end{array}\right\}$$

TAREA 3

Analizar y Discutir:

a.- la suposición de la existencia de monopolos magnéticos.

b.- Simetría de las Ec. de Maxwell en el espacio libre (ρ = 0, J = 0):

ELECTROMAGNETISMO II

ECUACIONES DE MAXWELL EN PRESENCIA DE MATERIA

(Próxima clase)

GRACIAS